TITOLI DERIVATI E GESTIONE DEL RISCHIO II - A/A 2022/23
Foglio di esercizi 00

1) Sia $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ uno spazio di probabilita' e sia $\{A_1, A_2, A_3\} \subseteq \mathcal{F}$ una partizione di Ω cioe':

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset, \quad A_1 \cap A_3 = \emptyset, \quad A_2 \cap A_3 = \emptyset,$$

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega.$$

Scrivere la σ-algebra generata da $\{A_1, A_2, A_3\}$, cioe' la piu' piccola σ-algebra che contiene A_1,A_2 e A_3.

2) Sia $\Omega := \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$, $\mathcal{F}$ la σ-algebra di tutti i sottoinsiemi di Ω (detta anche insieme delle parti di Ω, $\mathcal{P}(\Omega)$) e $\mathbf{P}$ la misura di probabilita' definita da

$$\mathbf{P}(\omega_1) = \mathbf{P}(\omega_2) = \mathbf{P}(\omega_3) = \mathbf{P}(\omega_4) = \mathbf{P}(\omega_5) = \mathbf{P}(\omega_6) = \frac{1}{6}.$$

Sia $X : \Omega \to \mathbf{R}$ la seguente variabile aleatoria:

$$X(\omega_1) = X(\omega_3) = X(\omega_4) = -1, \quad X(\omega_6) = 0, \quad X(\omega_2) = X(\omega_5) = 1.$$

Scrivere le seguenti controimmagini:

$$X^{-1}(\{-1\}), \quad X^{-1}(\{-2\}), \quad X^{-1}(\{0\}), \quad X^{-1}((-\frac{1}{2}, 3]), \quad X^{-1}((0, \infty)), \quad X^{-1}((1, \infty)).$$

3) Sia F la funzione con il seguente grafico:

a) F e' una funzione di distribuzione?
b) In caso affermativo, cosa si puo' dire sulla variabile aleatoria con funzione di distribuzione F?