

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - A/A 2022/23

Foglio di esercizi n. 5 (2 pagine)

1) Esercizio n. 13 del capitolo 4, del Ross.

2) Il tempo di vita di un'apparecchiatura elettronica (misurato in ore) e' una variabile aleatoria X con densita' di probabilita'

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{x}{100}e^{-\frac{x}{10}}, & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

a) Calcolare $\mathbf{P}(X \geq 20)$ e $\mathbf{P}(|X - 10| \leq 5)$

b) Qual e' la probabilita' che su 5 apparecchiature di questo tipo almeno 3 funzionino per almeno 20 ore? Quale ipotesi state facendo?

3) Un certo autobus passa a una certa fermata esattamente una volta in ogni mezz'ora, ad esempio passa esattamente una volta tra le 20 e le 20:30, tra le 20:30 e le 21, ecc.. Il tempo T in cui passa, misurato in minuti a partire dall'inizio della mezz'ora, e' una variabile aleatoria con densita' di probabilita' uniforme nell'intervallo $[0, 30]$, cioe'

$$f_T(t) \begin{cases} = \frac{1}{30}, & \text{per } 0 < t < 30, \\ = 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

Una persona arriva alla fermata alle 20:10.

a) Qual e' la probabilita' che l'autobus sia gia' passato?

b) Qual e' la probabilita' che debba aspettare piu' di 5 minuti?

c) Supponiamo che quando la persona arriva alla fermata trovi qualcun altro gia' in attesa che le assicuri che l'autobus non e' passato tra le 20 e le 20:10. Quale probabilita' assegnera' allora al fatto di dover aspettare piu' di 5 minuti?

4) Consideriamo la funzione f definita da:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{per } x < 0 \\ \frac{c}{(x+1)^4}, & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

a) Esistono valori di c per cui f e' una densita' di probabilita'? Se si', quali?

b) Se c'e' un valore di c per cui f e' una densita' di probabilita', determinare la funzione di distribuzione corrispondente e tracciarne un grafico approssimativo.

5) Sia

$$F(a) \begin{cases} = 0, & \text{se } a < -1, \\ = 1 - e^{\{-(a+1)^4\}}, & \text{se } a \geq -1. \end{cases}$$

a) F e' una funzione di distribuzione (cioe' F gode delle proprieta' di cui deve godere una funzione di distribuzione)?

b) Se la risposta alla domanda del punto a) e' affermativa, detta X una variabile aleatoria con funzione di distribuzione F dire se X e' un variabile aleatoria continua ed eventualmente calcolarne la densita' di probabilita'.

6) Sia F la seguente funzione

$$F(a) = \begin{cases} 0 & \text{se } a < -10 \\ 0.3 & \text{se } -10 \leq a < -5 \\ 0.4 & \text{se } -5 \leq a < 6 \\ 0.6 & \text{se } 6 \leq a < 12 \\ 1 & \text{se } a \geq 12 \end{cases}$$

Dire se F e' una funzione di distribuzione ed eventualmente che tipo di variabile aleatoria le puo' corrispondere e tutto cio' che si puo' dire su tale variabile.

- 7) Sia X una v.a. Gaussiana di parametri 0 e 1. Scrivere la densita' di probabilita' di $4X + 1$.
- 8) Lo spessore (in centimetri) di una lamina di alluminio prodotta in una data fabbrica e' distribuita normalmente (cioe' secondo una distribuzione Gaussiana) con $\mu = 0,9$ e $\sigma = 0,003$. La lamina e' considerata difettosa se il suo spessore supera i limiti di $0,9 \pm 0,005$. Qual e' la probabilita' che una lamina sia difettosa? **R:** 0.085
- 9) Una banca ritiene che l'ammontare complessivo delle proprie possibili perdite (in centinaia di migliaia di euro) segua una distribuzione Gaussiana di media 5.3 e varianza 1.2. Se la banca deve avere una riserva tale che la probabilita' che le perdite superino la riserva sia del 5%, quale dev'essere l'ammontare della riserva?
- 10) Un promotore finanziario offre ai suoi clienti un investimento il cui rendimento e' una variabile aleatoria Gaussiana di parametri $\mu = 0,12$ e $\sigma^2 = 0,0016$.
Per quale valore s il promotore puo' garantire che il rendimento superera' s con probabilita' del 95%?