

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - A/A 2022/23
Foglio di esercizi n. 7 (2 PAGINE)

1) Siano X e Y due variabili aleatorie con densita' discreta congiunta

	X	-1	0	1	
Y					
-1		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	\cdot
0		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	
1		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$	

- a) Calcolare $\mathbf{P}(X > Y)$.
- b) Calcolare le densita' discrete marginali di X e Y .
- c) Calcolare la densita' discreta di probabilita' di $Z = X + Y$ (cioe' calcolare i possibili valori z di Z e $\mathbf{P}(Z = z)$ per ciascuno di essi).

2) Rappresentare graficamente nel piano cartesiano l'insieme A e mostrare che A si puo' rappresentare nella forma

$$A = \{(x, y) : x \in I, g_1(x) < y < g_2(x)\}$$

dove I e' un intervallo (limitato o illimitato) e g_1 e g_2 sono due funzioni:

a)

$$A = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 2\}$$

b)

$$A = \{(x, y) : x \geq 0, y \leq 1, y \geq x\}$$

c)

$$A = \{(x, y) : x \leq 3, y \geq 0, x \geq y\}$$

d)

$$A = \{(x, y) : x \geq 0, 2x + y \leq 2, x - y \leq 1\}$$

e)

$$A = \{(x, y) : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$$

3) Sia (X, Y) una coppia di variabili aleatorie con densita'

$$f(x, y) \begin{cases} = e^{-(x+y)}, & \text{per } x > 0, y > 0, \\ = 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare

$$\mathbf{P}(X + Y \leq 1)$$

4) Si scelga un numero a caso in $\{1, 2, 3, 4\}$ e sia X questo numero. Ora si scelga un numero a caso tra quelli minori o uguali di X , e sia Y questo secondo numero.

- a) Scrivere la densita' discreta di probabilita' di Y condizionata a X .
- b) Scrivere la densita' discreta di probabilita' congiunta di X e Y .

5) Siano X e Y due variabili aleatorie con densita' congiunta

$$f(x, y) = \begin{cases} ye^{-x} & \text{per } 0 < x, 0 < y < x \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} .$$

a) Calcolare la densita' di probabilita' marginale di X e di Y .

b) Calcolare la media e la varianza di Y . **R. 2 e 2**

6) Sia (X, Y) una coppia di v.a. e sia la densita' di X condizionata a Y

$$f_{X|Y}(x|y) = \begin{cases} e^{-(x-y)} & \text{per } y < x \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

per $y > 0$. Sia inoltre

$$f_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y} & \text{per } y > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolare la densita' marginale di X .

7) Svolgere il punto a) dell'esercizio n. 2 del capitolo 6 del Ross.