

CALCOLO DELLE PROBABILITA' -A/A 2022/23
Foglio di esercizi n. 8 (2 PAGINE)

1) Siano X e Y due variabili aleatorie con densita' discreta congiunta

	X	-1	0	1	
Y					
-1		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	\cdot
0		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	
1		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$	

X e Y sono indipendenti?

2) Siano X e Y due variabili aleatorie con densita' discreta congiunta

	X	-1	0	1	
Y					
-1		0	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	\cdot
0		$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{2}{18}$	
1		$\frac{8}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	

X e Y sono indipendenti?

3) Siano X e Y le due variabili aleatorie dell'esercizio 5) del foglio n. 7. X e Y sono indipendenti?

4) Sia (X, Y) una coppia di variabili aleatorie con densita'

$$f(x, y) \begin{cases} = e^{-(x+y)}, & \text{per } x > 0, y > 0, \\ = 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

- a) X e Y sono indipendenti?
- b) Calcolare $\mathbf{P}(Y > 1 | X > 3)$.

5) Si lanciano due dadi. Siano X_1 e X_2 il risultato del primo e del secondo dado, rispettivamente. Sia $Y = X_1 + X_2$.

- a) Determinare la legge di Y .
- b) Sapendo che $X_1 = 4$, qual e' la probabilita' che $Y = 6$?
- c) Sapendo che $Y = 6$, qual e' la probabilita' che $X_1 = 4$?
- d) Si lanciano ora 10 volte i due dadi, e sia S la v.a. che conta quante volte $Y = 10$. Determinare la legge di S , il suo valore atteso e la sua varianza.

6) Un'apparecchiatura puo' essere costruita secondo due progetti. Secondo il primo progetto, c'e' un unico componente, con tempo di vita S che segue una legge esponenziale di parametro 0.1. Secondo il secondo progetto, ci sono due componenti, che hanno tempi di vita T_1 e T_2 , indipendenti, entrambi esponenziali di parametro 0.2: l'apparecchiatura entra in funzione con il componente che ha tempo di vita T_1 ; quando questo si rompe, entra in funzione automaticamente il componente con tempo di vita T_2 . Sia T il tempo di vita dell'apparecchiatura se viene costruita secondo il secondo progetto.

- a) Determinare la densita' di probabilita' di T . **R:** a) $f_T(t) = 0,04te^{-0,2t} \mathbf{I}_{(0,\infty)}(t)$

b) Calcolare la $\mathbf{P}(T > S)$. **R:** $3/4$

7) Una quantità X non viene osservata direttamente, ma ciò che si osserva è una misurazione $Y = X + W$, dove W è un errore con densità di probabilità $N(0, 0.01)$, indipendente da X . Supponendo che X abbia una densità di probabilità $N(0, 1)$, scrivere esplicitamente la densità di probabilità di Y .

8) Svolgere l'esercizio n. 28 del capitolo 6 del Ross. **R. n. 28:** $\frac{1}{2} e^{-t}$.