

MATEMATICA PER L'ECONOMIA - A/A 2022/23

Foglio di esercizi n. 9 (2 pagine)

1) Il prezzo di un titolo azionario e' di 40 euro. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi trimestri il prezzo salga del 5% o scenda del 3%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) e' del 6%.

a) Calcolare, con il metodo della valutazione neutrale al rischio, il prezzo di una call con prezzo d'esercizio 40,2 euro e scadenza tra 6 mesi.

b) Determinare il portafoglio replicante e verificare che il costo iniziale del portafoglio replicante e' uguale (a meno di arrotondamenti) al prezzo della call.

2) Il prezzo di un titolo azionario e' di 40 euro. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi trimestri il prezzo salga del 5% o scenda del 3%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) e' del 6%.

a) Calcolare, con il metodo della valutazione neutrale al rischio, il prezzo di una put con prezzo d'esercizio 40 euro e scadenza tra 6 mesi.

b) Determinare il portafoglio replicante e verificare che il costo iniziale del portafoglio replicante e' uguale (a meno di arrotondamenti) al prezzo della put.

3) Il prezzo di un titolo azionario e' di 24 euro. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi semestri il prezzo salga del 3% o scenda del 3%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) e' del 4%.

a) Il mercato e' privo di opportunita' di arbitraggio?

b) In caso affermativo, qual e' il valore oggi di una call con prezzo d'esercizio 23,6 euro e scadenza 1 anno?

c) Sempre in caso affermativo, se, all'inizio del primo semestre, un investitore ha venduto 1000 call (potendo quindi disporre del corrispettivo), quale strategia dovrebbe mettere in atto per eliminare completamente il rischio acquisito? Verificare che a scadenza l'investitore non ha ne' un guadagno, ne' una perdita (a meno di arrotondamenti) .

4) Oggi il prezzo di un'azione e' di 24 euro. Ci si attende che in ciascuno dei due prossimi trimestri il prezzo salga del 3% o scenda del 5%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) e' del 2%.

a) Qual e' il prezzo di una put con prezzo d'esercizio 22,7 euro e scadenza 6 mesi?

b) Sempre in caso affermativo, se, all'inizio del primo semestre, un investitore ha venduto 100 put (potendo quindi disporre del corrispettivo), quale strategia dovrebbe mettere in atto per eliminare completamente il rischio acquisito? Verificare che a scadenza l'investitore non ha ne' un guadagno, ne' una perdita (a meno di arrotondamenti).

5) Il prezzo di un'azione e' di 26 euro. Ci si attende che in ciascuno dei tre prossimi trimestri il prezzo salga del 3% o scenda del 2%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) e' del 3,2%.

a) Qual e' il valore di una call con prezzo d'esercizio 25 euro e scadenza 9 mesi?

b) Un investitore ha venduto 1000 call. Quale dev'essere la composizione del suo portafoglio di copertura (cioe' la quantita' di azioni possedute o vendute allo scoperto e il debito o credito verso un istituto di credito) alla fine del secondo trimestre in caso di ribasso alla fine del primo trimestre e di rialzo alla fine del secondo trimestre? Verificare che, in caso di ribasso alla fine del primo trimestre e di rialzo alla fine del secondo trimestre, alla scadenza il valore del portafoglio di copertura e' sempre pari al valore delle call vendute (a meno di arrotondamenti).

6) Il prezzo di un'azione e' di 32 euro. Ci si attende che in ciascuno dei tre prossimi quadrimestri il prezzo salga del 2,5% o scenda del 2%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) e' del 3%.

a) Il mercato e' privo di opportunita' di arbitraggio?

b) In caso affermativo, qual e' il valore oggi di una put con prezzo d'esercizio 30,5 euro e scadenza 1 anno?

c) Sempre in caso affermativo, se un investitore avesse venduto 1000 put, quale dovrebbe essere

la composizione del suo portafoglio di copertura (cioè la quantità di azioni possedute o vendute allo scoperto e il debito o credito verso un istituto di credito) alla fine del primo quadrimestre, in caso di ribasso? Quale dovrebbe essere la composizione alla fine del secondo quadrimestre, in caso di ribasso nel primo e nel secondo quadrimestre? Verificare che, in caso di ribasso nel primo e nel secondo quadrimestre, alla scadenza il valore del portafoglio di copertura è sempre pari al valore delle put vendute (a meno di arrotondamenti).

7) Il prezzo di un'azione è di 36 euro. Ci si attende che in ciascuno dei cinque prossimi quadrimestri il prezzo salga del 2% o scenda del 2%. Il tasso d'interesse esponenziale (annuo) è del 3%. Sul prezzo dell'azione alla fine dei due quadrimestri, S_2 , è stato scritto un derivato con payoff F :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \leq 35.5 \\ 1, & \text{per } x > 35.5 \end{cases}$$

a) Qual è il prezzo del derivato oggi?

b) Un investitore, valuta che la probabilità che il prezzo dell'azione salga, in ciascun periodo, sia del 60%. Qual è, secondo l'investitore, il valore atteso attualizzato del payoff del derivato? Qual è, per l'investitore, il rendimento annuo atteso? L'investitore acquisterà il derivato?

8) Consideriamo l'andamento del prezzo di un indice azionario in una settimana lavorativa (5 giorni). In ciascun giorno, indipendentemente da tutti gli altri, il prezzo può salire, con probabilità 0,55, oppure scendere, con probabilità 0,45.

a) Qual è la probabilità che il prezzo salga in esattamente 3 giorni (cioè scenda negli altri 2)?

b) Qual è la probabilità che il prezzo salga in almeno 3 giorni?

c) Qual è la probabilità che il prezzo salga nei primi 3 giorni della settimana?

d) Un investitore decide che venderà l'indice se il prezzo salirà per 3 giorni consecutivi nei primi 4 giorni. Qual è la probabilità che l'investitore venda l'indice?